

Les binaires spectroscopiques, c'est fantastique !

B. MAUCLAIRE

6 janvier 2019

1 Introduction :

Parmi les étoiles doubles, certaines ne peuvent être repérées que par les effets de leur mouvement dans le spectre lumineux. Le mouvement orbital des deux étoiles par rapport à l'observateur produit alors des variations périodiques de la vitesse radiale (vitesse projetée le long de la ligne de visée). Le mécanisme est l'effet Doppler-Fizeau qui induit les oscillations de la même période sur la longueur d'onde. Les positions de ces raies, en longueur d'onde, varient au cours du temps et sont ainsi les témoins de la variation de la vitesse radiale de chaque composante, et par suite de leur mouvement orbital relatif.

Pour des étoiles binaires serrées où l'inclinaison i des orbites sur le ciel (ligne de visée) n'est pas nulle, on peut à partir de l'étude des courbes de vitesse radiale déterminer la masse de chaque composante et les paramètres définissant l'orbite d'une étoile par rapport au centre de masse du système. Cette détermination se fait toutefois à l'angle i de projection près, car on ne connaît pas a priori l'orientation du plan orbital dans l'espace. Actuellement, les paramètres orbitaux ne sont connus avec précision que pour environ un millier de ces objets parmi les 2386 systèmes constituant le catalogue SB9 [Pourbaix et al., 2004].

De façon à rendre interactif ce document, toutes les références bibliographiques et autres sont des liens hypertextes vers les sites Internet concernés. Ces références sont colorisées en bleu dans le texte.

2 Méthode d'étude des binaires spectroscopiques :

2.1 Les types de binaires :

Les systèmes binaires stellaires [Observatoire de Paris-Meudon, 2018b] ne sont pas toujours observables visuellement. Cependant, on peut se faire une idée des orbites grâce aux animations disponibles notamment sur [Wikipedia, 2018b]. Les binaires spectroscopiques [Observatoire de Paris-Meudon, 2018a] ne peuvent être détectées que par mesure indirecte via la spectroscopie et certaines en photométrie. F. Arenou [Arenou, 2018] de l'observatoire de Paris, entre autre, a regroupé l'essentiel de l'information. L'analyse du spectre distingue plusieurs types de binaires (cf. [Arenou, 2007], p.12) :

- Les binaires à un spectre seulement, nommées BS1 (SB1 en anglais), quand seul le mouvement des raies de l'étoile la plus brillante peut être mesuré. C'est en particulier le cas pour des étoiles hôtes de planètes extrasolaires.
- Les binaires à deux spectres, nommées BS2, quand le mouvement des raies des deux composantes est vu. **Les SB2 sont le cas que nous étudions** en générale.
- BS3, plus rare, pour un système ternaire.
- Les binaires à spectre double (spectrum binary). Ici le spectre contient les informations spectrales de deux étoiles, mais le mouvement orbital n'est pas établi. Il peut également s'agir de deux objets par coïncidence sur la même ligne de visée, de la même manière qu'une étoile double observée peut être soit une binaire visuelle à longue période, soit une double optique.

2.2 Observation de la courbe de vitesse radiale :

Lorsque les deux courbes sont parfaitement sinusoïdales, cela implique que vu du centre de masse la rotation se fait à vitesse constante et donc que les trajectoires sont circulaires. Donc $e = 0$.

Des orbites elliptiques conduisent à des courbes de vitesse dissymétriques car d'après la loi des aires (2^e loi de Kepler), le déplacement est plus rapide lors que les étoiles passent au plus près du centre de masse, i.e. au périastre. Donc $0 < e < 1$ ¹.

1. $e = 1$ correspond à une parabole et $e > 1$ à une hyperbole qui sont des trajectoires ouvertes.

La **période** T est égale à la mesure de la **durée séparant deux maxima**, ou deux minima ou encore deux nœuds ascendants ou descendants.

En regardant la forme des courbes de vitesses, on constate un motif plus ou moins sinusoïdale (donc décrit par les fonctions mathématiques cos et sin) généralement décalé sur l'axe vertical des vitesses. La vitesse est donc une fonction f de cos et de sin d'amplitude K (km s^{-1}) plus une constante V_γ (km s^{-1}). La **mesure de K_A , K_B et V_γ** se font directement **sur les courbes de vitesses** et sont décrites dans la sous-section "Mesure des vitesses". D'où une vitesse de la forme pour chaque composante :

$$V_r = V_\gamma + K \cdot f(\cos, \sin)$$

2.3 Mesure des vitesses de chaque composante et du système :

La **vitesse maximale** en km s^{-1} de chaque étoile est la **valeur de K_A et K_B** qui sont obtenues en lisant la valeur des **amplitudes (valeur entre le maximum et l'axe de symétrie horizontal)** des deux courbes de vitesses. La mesure des vitesses se fait généralement par ajustement gaussien de la raie étudiée ou par mesure du centre de gravité si elle est trop déformée ou définie avec trop peu d'éléments d'échantillonnage (pixels). Les applications comme SpcAudace [Mauclaire, 2017] fonctionnant sous Audela [Klotz et al., 2012] permettent ces mesures et une certaine automatisation.

Les courbes de vitesses sont généralement décalées verticalement, c'est-à-dire que leur axe horizontal de symétrie commun n'est pas confondu à l'axe des vitesses nulles. La lecture de la **valeur en vitesse de l'axe de symétrie** donne la **vitesse radiale du système** V_γ en km s^{-1} . C'est celle que l'on trouve par exemple sur Simbad.

2.4 Détermination des paramètres orbitaux e et ω :

Une fois T connue, on peut déterminer la phase correspondant à chaque date : $\varphi = \text{modulo} \left(\frac{t - t_{V_{max}}}{T}, 1 \right)$. En traçant les courbes de vitesse radiale selon la phase φ , on peut en déduire l'**excentricité** e et l'**angle** ω entre le nœud orbital et le périastre grâce à un **ajustement numérique** de la forme (cf. [Arenou, 2007], p.11) :

$$V_r = V_\gamma + K[e \cos(\omega) + \cos(\omega + v)]$$

Où :

- V_γ : vitesse du barycentre le long de la ligne de visée, c'est-à-dire la vitesse radiale de l'ensemble du système binaire. C'est la valeur donnée par exemple sur Simbad ;
- K : amplitude de la courbe de vitesse pour chaque composante. C'est la vitesse maximale de chaque étoile ;
- e : excentricité de l'orbite ;
- ω : angle entre le nœud et le périastre. ω est mesuré à partir du nœud ascendant, quand l'étoile s'éloigne de l'observateur et $\omega_2 = \omega_1 + \pi$;
- v : anomalie vraie, fonction du temps écoulé depuis la date $t_{V_{max}}$ du passage au périastre, de la période orbitale T et de l'excentricité e .

2.5 Détermination des rayons ou demi-grand axes des orbites :

Pour des orbites circulaires vues de face ($i = 90^\circ$), on a pour l'étoile A :

$$r_A = \frac{T}{2\pi} K_A$$

Dans le cas d'orbites elliptiques et i quelconque, on a accès au demi-grand axe a à un facteur $\sin i$ près. Pour la composante A, on a (cf. [Acker, 2013], p.162) :

$$a_A \sin i = \frac{T}{2\pi} \sqrt{1 - e^2} K_A$$

2.6 Détermination de l'angle i entre le plan orbital et la ligne de visée :

i est l'inclinaison du plan de l'orbite, c'est-à-dire l'angle en $^\circ$ entre la normale au plan orbital et la ligne de visée. Attention à bien mettre tous les angles soit en $^\circ$ soit en radians (ex. : $\pi = 180^\circ$) lorsque vous faites les calculs.

Les binaires spectroscopiques étant des couples serrés, **si l'inclinaison est proche de 90° , la binaire est forcément aussi à éclipse**. Ce qui se vérifie aisément par l'observation photométrique.

Si la valeur de i est quelconque, on ne peut alors connaître les masses de chaque composante qu'à $\sin^3 i$ près (i.e. le produit $M \sin^3 i$) et la masse minimale.

Donc le plus souvent, on ne peut s'affranchir de l'inclinaison et les grandeurs comme la masse seront données en fonction de $\sin i$.

2.7 Détermination des masses de chaque étoile :

De façon immédiate, on a accès au rapport des masses :

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{K_A}{K_B}$$

Si les orbites sont circulaires, on peut déterminer directement les valeurs de M_A et M_B (voir plus bas).

Pour des orbites elliptiques, on doit d'abord déterminer e et ω par ajustement puis il est possible de d'obtenir les masses à facteur $\sin^3 i$ près. Ceci est exposé dans la section plus bas. Cependant, vu que $-1 \leq \sin^3 i \leq 1$ et $M \equiv 1/\sin^3 i$, on peut déterminer une valeur minimale de la masse.

Pour avoir néanmoins une information concernant les masses de chaque composante, il y a plusieurs méthodes comme le décrit [Arenou, 2007], p.12 :

- Le cas le plus défavorable se produit quand aucune mesure complémentaire n'est disponible pour une BS1. Comme le type de l'étoile primaire est, au moins grossièrement, connu, une estimation de M_1 est possible. Reste l'inclinaison inconnue qui ne permet de ne connaître que la masse minimum de la secondaire. Statistiquement, on peut utiliser le fait que l'observateur n'a pas une position privilégiée et que toutes les orientations sont équiprobables. On peut montrer alors qu'en moyenne $\sin i = \pi/4$. Le problème est identique pour une BS2, quoi qu'il soit parfois possible d'obtenir l'inclinaison par polarimétrie.
- La situation s'améliore si la binaire est également connue comme binaire astrométrique, permettant alors de connaître l'inclinaison. Pour une BS2, les masses individuelles sont donc obtenues de manière purement dynamique. Pour une BS1, au contraire, il faut faire une hypothèse sur la masse de la primaire.
- Mieux, si le couple est une également binaire visuelle ou binaire interférométrique : pour une BS2, on acquiert en sus des masses une estimation de la distance indépendante de la parallaxe ainsi que les luminosités (ceci fut suggéré pour la première fois par Talbot, cf. Niven 1874) . Pour une BS1, les masses sont obtenues si la distance est déjà connue.
- La voie royale concerne les binaires à éclipse (cf. Algol) fournissant alors une estimation de l'inclinaison (voisine de 90 degrés pour qu'une éclipse se produise) obtenue à l'aide d'un modèle. On a alors accès aux masses, luminosités, rayons, températures des étoiles.

Selon que les orbites sont circulaires ou elliptiques, la relation donnant la masse de chaque composante est décrite dans la section 3.

2.8 Détermination du rayon et luminosité de chaque étoile :

La courbe de lumière photométrique est alors nécessaire. Le principe et le raisonnement sont donnés dans [Acker, 2013], p.140. [North, 2001] décrit la méthode pour estimer rayon et luminosité des étoiles, notamment p.72. Dans ce document présent, nous nous contenterons de l'exploitation des données spectrales.

3 Détermination des masses :

3.1 Cas d'orbites circulaires et vues de dessus :

Système étudié et hypothèses :

Les deux étoiles A et B tournent autour du centre de masse C avec une durée de révolution égale à T . On suppose les trajectoires circulaires ($e = 0$) et le plan de l'orbite aligné avec la ligne de visée ($i = 90^\circ$, donc $\sin i = 1$).

L'utilisation de la définition des vitesses ($v = \frac{2\pi r}{T}$), de la relation du barycentre et de la 3^e loi de Kepler permet d'aboutir aux masses respectives des deux étoiles :

- En unités S.I. (kg , m , s) :

$$\begin{cases} M_A = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_B \\ M_B = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_A \end{cases}$$

– En unités astronomiques adaptées (M_{\odot} , $u.a.$, an) :

$$\begin{cases} M_A = \frac{T}{(2\pi)^3} (K_A + K_B)^2 K_B \\ M_B = \frac{T}{(2\pi)^3} (K_A + K_B)^2 K_A \end{cases}$$

3.2 Cas d'orbites elliptiques et vues d'un angle i quelconque :

Une ellipse est définie par :

- e : excentricité ;
- a : demi-grand axe.

Le demi-petit axe se déduit de ces deux paramètres : $b = a\sqrt{1 - e^2}$.

Lorsque le plan Π des orbites et la ligne de visée L sont séparées d'un angle $i = \widehat{(\Pi, L)}$ différent de 90° , les vitesses mesurées K_A et K_B des étoiles dépendent aussi de $\sin i$. Pour l'étoile A , on a [Acker, 2013], p.162 :

$$K_A = \frac{2\pi a_A}{T\sqrt{1 - e^2}} \sin i$$

Ainsi avec les calculs en annexe, l'expression des masses devient :

– En unités S.I. (kg , m , s) :

$$\begin{cases} M_A \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_B (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G} \\ M_B \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_A (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G} \end{cases}$$

Les masses seront donc connues à un facteur $\sin^3 i$ près.

Cependant, vu que $-1 \leq \sin^3 i \leq 1$ et $M \propto 1/\sin^3 i$, on peut déterminer une valeur minimale de la masse :

$$\begin{cases} M_A \geq (K_A + K_B)^2 K_B (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G} \\ M_B \geq (K_A + K_B)^2 K_A (1 - e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G} \end{cases}$$

– En unités astronomiques adaptées (M_{\odot} , $u.a.$, an) :

$$\begin{cases} M_A \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_B \left(\frac{\sqrt{1 - e^2}}{2\pi} \right)^3 T \\ M_B \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_A \left(\frac{\sqrt{1 - e^2}}{2\pi} \right)^3 T \end{cases}$$

La détermination de l'excentricité et de ω et i par ailleurs, est généralement obtenue par ajustement numérique de la courbe de vitesse temporelle et confrontation à la courbe théorique :

$$V_{A/B} = K_{A/B} (\cos(v(t) + \omega) + e \cos(\omega)) \text{ avec } K_{A/B} = \text{mesure, } v(t) = \arccos \left(\frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \right), M = \frac{2\pi}{T} t = E - e \sin E$$

3.3 Outils numériques pour se soulager :

SBS : "Spectroscopy Binary Solver" détermine l'ensemble des paramètres des systèmes binaires. Pour les expérimentés. [rv_analysis.py](#) : script "maison" d'usage simple déterminant la période, la vitesse radiale du système, les rayons orbitaux et les masses à partir des vitesses radiales mesurées (voir Sec. 7.3).

Period04 : logiciel dédié à l'extraction des fréquences multiples à partir d'un jeu de données temporelles.

4 Exemples d'application :

Pour éviter des calculs supplémentaires, les incertitudes sur les valeurs obtenues ne sont pas calculées et on se limitera à une comparaison aux valeurs de la littérature avec un simple rapports ramenés à un pourcentage.

4.1 AR Lac – cas d'orbites circulaires :

Ce système encore simple est souvent utilisé comme exemple [Université Pierre et Marie Curie, 2018] car c'est un cas où les calculs sont assez simples.

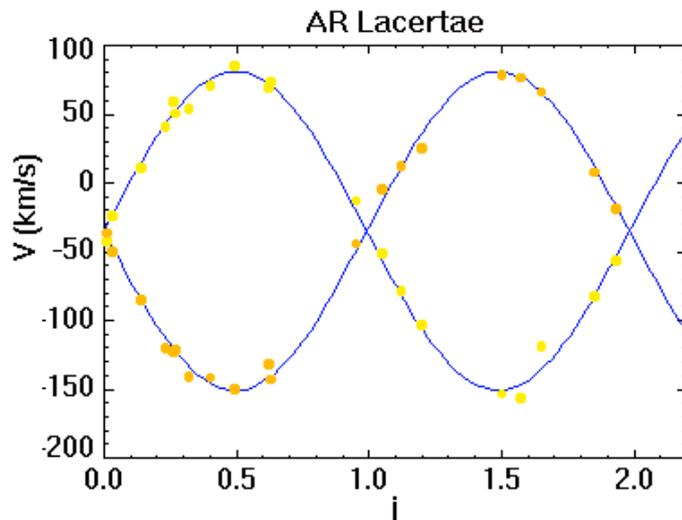


FIGURE 1 – Courbes de vitesse radiale de AR Lac (crédit ASM).

– Observation des courbes de vitesse :

- Elles sont de parfaites sinusoïdes, donc **les orbites sont circulaires et la vitesse autour de C est constante.**
- Elles possèdent la même amplitude, donc : $K_A = K_B$.

Comme $\frac{M_A}{M_B} = \frac{K_B}{K_A} = 1$ alors $M_A = M_B$.

Comme $\frac{r_B}{r_A} = \frac{K_B}{K_A} = 1$ alors $r_A = r_B$.

Les deux étoiles ont donc la même masse et décrivent la même orbite.

– Période de révolution des étoiles : c'est la durée entre deux maxima, $T = 1,983$ j.

– Vitesse radiale du système :

L'axe des nœuds de la sinusoïde, là où se coupent les sinusoïdes correspond à -34 km s^{-1} . **Donc le système binaire se rapproche de nous à 34 km s^{-1} .**

– Vitesse des composantes :

Les amplitudes maximales des courbes de vitesses sont : $K_A = K_B \simeq 117 \text{ km s}^{-1}$.

C'est quatre fois plus rapide que la Terre autour du Soleil (30 km s^{-1}). Comme $\frac{M_A}{M_B} = \frac{K_B}{K_A} = 1$. On en déduit que :

$$M_A = M_B, \text{ i.e. } \frac{M_A}{M_B} = 1.$$

– Séparation a (en km) des deux composantes :

Comme $\frac{r_B}{r_A} = \frac{K_B}{K_A} = 1$, alors $r_A = r_B = r$. Comme $K_A = K_B = K = \frac{2\pi}{T}r$, on a $a = r_A + r_B = 2r = K \frac{T}{\pi}$.

Soit : $a = r_A + r_B \simeq 6,4 \cdot 10^6 \text{ km}$ et $r_A = r_B \simeq 3,2 \cdot 10^6 \text{ km}$.

Les deux étoiles sont donc très proches : $1/10^6$ de la distance Soleil-Mercure !

– Masse de chaque composante en unité solaire (M_\odot) :

D'après le résultat exposé dans ce document, on a : $M_A = M_B = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_B = \frac{T}{2\pi G} (2K)^2 K = \frac{T}{\pi G} 2K^3$

Soit : $M_A = M_B = \frac{1,983 \times 86400}{3,1416 \times 6,67 \times 10^{-11}} 2(117 \times 1000)^3 \simeq 2,6191 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

Comme $1 M_\odot = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, il vient : $M_A = M_B \simeq 1,32 M_\odot$

Les étoiles binaires se différencient des planètes autour du Soleil par le fait que **bien que plus massives que ce dernier elles sont séparées d'une distance inférieure à celle Mercure-Soleil.**

Méthode 2 : avec la fonction de masse.

La 3^e loi de Kepler réduite et en unités astronomiques adaptées : $M_A + M_B = \frac{(r_A + r_B)^3}{T^2} = \frac{(2r)^3}{T^2} = \frac{a^3}{T^2}$

Soit : $M_A + M_B = \frac{\left(\frac{6,410^6}{15010^6}\right)^3}{\left(\frac{1,983}{365,25}\right)^2} \simeq 2,64 M_\odot$. D'où : $M_A = M_B \simeq \frac{2,64}{2} \simeq 1,32 M_\odot$

– Comparaison aux valeurs de la littérature :

Les composantes A et B sont souvent de type spectral différent et on les note plutôt “hotter” (h) et “cooler” (c) pour les différencier. Il s’agit ici de G2IV et K0IV. [Frasca et al., 2000] a revisité l’étude historique de [Popper, 1990].

| Quantité | T | K_h | K_c | γ | e | i | $M_h \sin^3 i$ | $M_c \sin^3 i$ | M_h/M_c | $a_h \sin i$ | $a_c \sin i$ |
|---------------|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----|-----|----------------|----------------|-----------|----------------------|----------------------|
| Unité | (j) | (km s ⁻¹) | (km s ⁻¹) | (km s ⁻¹) | – | (°) | (M_\odot) | (M_\odot) | – | (10 ⁶ km) | (10 ⁶ km) |
| Frasca (2000) | 1.9831 | 119.4 | 106.7 | -34.5 | 0 | 87 | 1.12 | 1.26 | 0.894 | 3.3 | 2.9 |
| Popper (1990) | 1.9831 | 116.5 | 113.1 | -34.6 | 0 | 90 | 1.22 | 1.26 | 0.97 | 3.2 | 3.1 |

Nos résultats sont précis à 10% près. La limite vient de la lecture des vitesses sur le graphe.

4.2 Mizar A - orbites elliptiques :

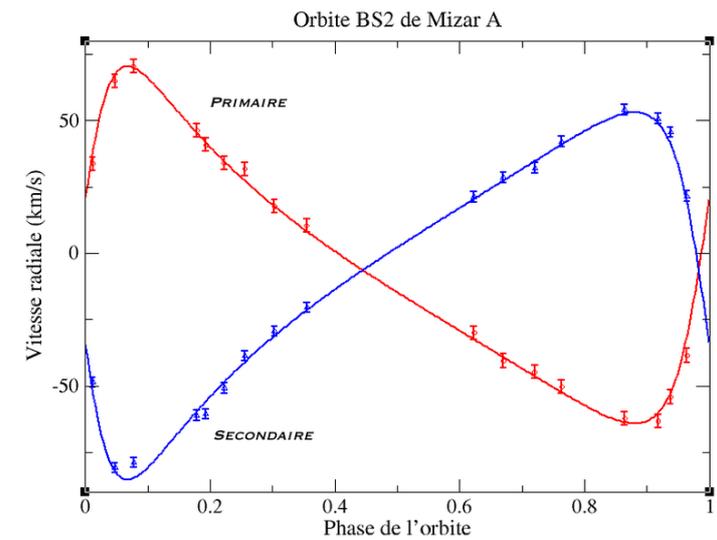


FIGURE 2 – Courbes de vitesse radiale de Mizar A (crédit Wikipedia).

– Observation des courbes de vitesse :

- Elles ne sont pas sinusoïdales, donc **la vitesse autour de C est variable et les orbites sont elliptiques.**
- La longue décroissance et la rapide croissance laissent penser que l’orbite elliptique est vue de face avec son demi-grand axe dans le sens vertical [Acker, 2013], p.160.

– Période de révolution des étoiles : le diagramme fonction de la phase ne permet pas la mesure de la période mais la littérature donne 20,538 j [Wikipedia, 2018a].

– Vitesse radiale du système :

L’axe des nœuds de la sinusoïde, là où se coupent les sinusoïdes correspond à -7 km s^{-1} . **Donc le système binaire se rapproche de nous à 7 km s^{-1} . À comparer avec la vitesse radiale de Mizar B.**

– Vitesse des composantes :

Les amplitudes maximales des courbes de vitesses sont : $K_A \simeq 69 \text{ km s}^{-1}$ et $K_B \simeq 67 \text{ km s}^{-1}$.

– Séparation a des deux composantes :

Comme $\frac{a_B}{a_A} = \frac{K_B}{K_A}$, alors $a_A \simeq 0,971 a_B$.

– Excentricité e de l'orbite :

L'ajustement numérique des courbes de vitesse donne : $e = 0.54$.

– Demi-grand axe des orbites :

On a : $a_A \sin i = \frac{T}{2\pi} \sqrt{1-e^2} K_A = \tau K_A$ et $a_B \sin i = \tau K_B$

Avec pour se faciliter les calculs numériques : $\tau = \frac{T}{2\pi} \sqrt{1-e^2} = \frac{20,538 \times 86400}{2 \times 3,1416} \sqrt{1-0,542^2} \simeq 2,373 \cdot 10^5 \text{ s}$

$a_A \sin i = 2,373 \cdot 10^5 \times 69 \simeq 16,38 \cdot 10^6 \text{ km}$

$a_B \sin i = 2,373 \cdot 10^5 \times 67 \simeq 15,90 \cdot 10^6 \text{ km}$

– Masse de chaque composante en unité solaire (M_\odot) :

Comme $\frac{M_A}{M_B} = \frac{K_B}{K_A}$, on en déduit dans un premier temps le rapport des masses : $\frac{M_B}{M_A} \simeq 1,03$.

D'après le résultat exposé dans ce document, on a : $M_A \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_B (1-e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G} = \Omega K_B$ et $M_B \sin^3 i = \Omega K_A$.

Avec : $\Omega = (69+67)^2 \times (10^3)^2 (1-0,542^2)^{\frac{3}{2}} \frac{20,538 \times 86400}{2 \times 3,1416 \times 6,67 \cdot 10^{-11}} \simeq 4,648 \cdot 10^{25} \text{ kg (m s}^{-1}\text{)}^{-1}$.

Pour les calculs numériques, le plus sûr est de programmer les formules des masses dans un tableur avec comme paramètres K_A, K_B, i, e, G, T en s et M_\odot .

On obtient :

$$\begin{cases} M_A \sin^3 i = \Omega K_B \simeq 4,648 \cdot 10^{25} \times 67 \\ M_B \sin^3 i = \Omega K_A \simeq 4,648 \cdot 10^{25} \times 69 \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} M_A \sin^3 i \simeq 3,138 \cdot 10^{30} \text{ kg} \\ M_B \sin^3 i \simeq 3,231 \cdot 10^{30} \text{ kg} \end{cases}$$

Comme $1 M_\odot = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, il vient :

$$\begin{cases} M_A \sin^3 i \simeq 1,577 M_\odot \\ M_B \sin^3 i \simeq 1,625 M_\odot \end{cases}$$

Pour comparer aux valeurs de la littérature, on utilise $i = 60.5^\circ$ de façon à obtenir M_A et M_B :

$$\begin{cases} M_A \simeq 2,505 M_\odot \\ M_B \simeq 2,580 M_\odot \end{cases}$$

En prenant pour valeur des vitesses $K_A = 66,5 \text{ km s}^{-1}$ et $K_B = 65,0 \text{ km s}^{-1}$, on obtiendrait :

$$\begin{cases} M_A \simeq 2,272 M_\odot \\ M_B \simeq 2,324 M_\odot \end{cases}$$

– Comparaison aux valeurs de la littérature :

Mizar A est un couple d'étoiles de type A2V. Une étude récente de [Behr et al., 2011] vient compléter la référence connue [Hummel et al., 1998]. Ces études apportent aussi les paramètres suivants : $\omega = 104.2^\circ$, $T_0 = 47637.1 = 54536.99 \text{ j}$, $a = a_h + a_c = 25.4 \text{ pc}$ et $R = 2.4 R_\odot$.

| Quantité | T | K_A | K_B | γ | e | i | M_A | M_B | M_B/M_A | $a_A \sin i$ | $a_B \sin i$ |
|-----------------|--------|------------------------|------------------------|------------------------|-------|--------------|---------------|---------------|-----------|-----------------------|-----------------------|
| Unité | (j) | (km s^{-1}) | (km s^{-1}) | (km s^{-1}) | – | ($^\circ$) | (M_\odot) | (M_\odot) | – | (10^6 km) | (10^6 km) |
| Behr (2011) | 20.538 | 66.5 | 65.0 | -7.3 | 0.542 | 60.5* | 2.22 | 2.24 | 1.009 | | |
| Pourbaix (2000) | 20.538 | 67.7 | 69.2 | -6.3 | 0.529 | | 2.5 | 2.5 | 1.0 | | |
| Hummel (1998) | 20.238 | 69.1 | 67.2 | -6.3 | 0.535 | 60.5 | 2.43 | 2.50 | 1.03 | 9.83** | 9.83** |

* : Hummel (1998); ** : exprimés en mas (milliarcseconde d'arc).

Nos résultats sont précis à 10% près. La limite vient de la lecture des vitesses sur le graphe.

5 Liste de binaires à étudier :

Comme le catalogue SB9², faisant référence, tient une liste des binaires spectroscopique (SB1 et SB2) n'a pas été mis à jour depuis 2002 (données de 1998), des observations permettraient à coup sûr un rafraîchissement des données.

On se focalise sur des binaires de magnitude inférieure à 6 et ayant une période inférieure à 10 j. Ainsi, l'observation de trois cycles est réalisable en un mois. **20 mesures réparties de façon homogène sur un cycle sont nécessaires pour décrire correctement un cycle.** En pratique, cela revient à réaliser parfois jusqu'à 60 spectres pour couvrir un cycle sans laisser de zones trop larges sans mesure.

Voici une liste de cibles pour explorer le phénomène :

| Nom | Const. | Magnitude | Type spectral | Période (j) | Vr (km s ⁻¹) |
|----------|--------|-----------|---------------|-------------|---------------------------|
| HD20210 | Per | 6,2 | F0/A1m | 5,5 | 25,2 |
| HD30453 | Aur | 5,8 | F0/A8m | 7 | 16,65 |
| HD82191 | Leo | 6,6 | A0 | 9 | 11,98 |
| HD86146 | LeoMi | 5,1 | F5 | 9.3 | -9,8 |
| HD93903 | Sex | 5,8 | A0 | 6.2 | -4,9 |
| HD103578 | Leo | 5,5 | A3 | 6.6 | -21,4 |
| HD112486 | UMa | | A8 | 5.1 | 0,7 |
| HD160922 | Dra | 4,8 | F5 | 5.3 | 13,98 |
| HD168913 | Her | 5,6 | F0 | 5.5 | -24,18 |
| HD178619 | Sge | 6,6 | F5 | 4.8 | 10,3 |
| HD182490 | Sge | 6,3 | A1 | 7.4 | 10,95 |
| HD191747 | Vul | 5,5 | A2 | 9.3 | -11,7 |

La liste suivante recense quelques cibles nécessitant une étude :

| Nom | Const. | Magnitude | Type spectral | Période (j) | HJD0 (j) | Vr (km s ⁻¹) |
|-----------|--------|-----------|---------------|-------------|-------------|---------------------------|
| HD 71973 | Cam | 6.31 | A2m | 4,285 | 2424971.150 | -7.4 |
| HD 75737 | Hya | 5.54 | A2/3V | 2,8952 | 2440000.650 | 32.5 |
| HIP 48215 | Leo | 7.62 | F8 | 3,3901 | 2444685.227 | 41.5 |

6 Conclusion :

L'utilisation de la spectroscopie par Hermann Karl Vogel et Justus Schneider à l'aube du XX^e siècle a permis d'asseoir la notion d'étoile double.

Outre la détection des systèmes multiples, l'apport de la spectroscopie est dans l'obtention des paramètres orbitaux (demi-grands axes des orbites, masse des composantes, excentricité, inclinaison par rapport à l'axe de visée notamment) et ce, de façon indépendante de la distance. Ce qui est une avancée par rapport à la photométrie. Néanmoins, cette dernière couplée à la spectroscopie permet d'atteindre d'autres caractéristiques comme le rayon et la luminosité des composantes en outre. L'utilisation de la spectroscopie sur les systèmes multiples a été poussé jusqu'à atteindre une résolution de l'ordre du m s⁻¹ avec la méthode des vitesses radiales pour la détection des exoplanètes.

L'obtention des caractéristiques stellaires sur des étoiles solitaires fait appel à la physique stellaire. La démarche n'est pas simple et nécessite un pouvoir de résolution souvent important et des raies étalées sur tout le spectre. Tandis qu'avec les étoiles binaires, l'accès à la masse par exemple, est plus directe et n'a besoin que d'une raie. Comme plus de 50% des étoiles appartiennent à un système multiple, leur étude permet de caractériser un très grand nombre d'étoiles.

2. Site du catalogue SB9.

Références

- [Acker, 2013] Acker, A. (2013). [Astronomie astrophysique](#). Dunod.
- [Arenou, 2007] Arenou, F. (2007). [Les multiples étoiles doubles](#), pages 337–355. Institut de Mécanique Céleste Et de Calcul Des Éphémérides.
- [Arenou, 2018] Arenou, F. (2018). Binaires spectroscopiques. [Page des binaires spectroscopiques](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Behr et al., 2011] Behr, B. B., Cenko, A. T., Hajian, A. R., McMillan, R. S., Murison, M., Meade, J., and Hindsley, R. (2011). [Stellar Astrophysics with a Dispersed Fourier Transform Spectrograph. II. Orbits of Double-lined Spectroscopic Binaries](#). *AJ*, 142 :6.
- [Frasca et al., 2000] Frasca, A., Marino, G., Catalano, S., and Marilli, E. (2000). [AR Lacertae: H \$\alpha\$ chromospheric emission and radial velocities from long-term optical spectroscopy](#). *A&A*, 358 :1007–1021.
- [Hummel et al., 1998] Hummel, C. A., Mozurkewich, D., Armstrong, J. T., Hajian, A. R., Elias, II, N. M., and Hutter, D. J. (1998). [Navy Prototype Optical Interferometer Observations of the Double Stars Mizar A and Matar](#). *AJ*, 116 :2536–2548.
- [Klotz et al., 2012] Klotz, A., Delmas, R., Marchais, and al. (2012). [The AudeLA software](#). In *Astronomical Society of India Conference Series*, volume 7 of *Astronomical Society of India Conference Series*, page .15.
- [Mauclaire, 2017] Mauclaire, B. (2017). [SpcAudace: Spectroscopic processing and analysis package of Audela software](#). Astrophysics Source Code Library.
- [Nordstrom and Johansen, 1994] Nordstrom, B. and Johansen, K. T. (1994). [Radii and masses for beta Aurigae](#). *A&A*, 291 :777–785.
- [North, 2001] North, P. (2001). [Calcul des éléments des binaires à éclipses](#). *Ecole de Goutelas*, 23 :67.
- [Observatoire de Paris-Meudon, 2018a] Observatoire de Paris-Meudon (2018a). Binaires spectroscopiques. [Introduction et exemples](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Observatoire de Paris-Meudon, 2018b] Observatoire de Paris-Meudon (2018b). Systèmes binaires et multiples. [Introduction et exemples](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Popper, 1990] Popper, D. M. (1990). [Orbits of close binaries with CA II H and K in emission. III - Eleven more systems](#). *AJ*, 100 :247–273.
- [Pourbaix et al., 2004] Pourbaix, D., Tokovinin, A. A., Batten, A. H., Fekel, F. C., Hartkopf, W. I., Levato, H., Morrell, N. I., Torres, G., and Udry, S. (2004). [S_{B⁹}: The ninth catalogue of spectroscopic binary orbits](#). *A&A*, 424 :727–732.
- [Université Pierre et Marie Curie, 2018] Université Pierre et Marie Curie (2018). Cours d’astrophysique. [Les masses des deux composantes](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Wikipedia, 2018a] Wikipedia (2018a). Binaire spectroscopique. [Période de Mizar A](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Wikipedia, 2018b] Wikipedia (2018b). Coordonnées barycentriques. [Animation d’orbites](#). Accessed on 2018-12-15.
- [Wikipedia, 2018c] Wikipedia (2018c). Problème à deux corps. [Notion de particule fictive](#). Accessed on 2018-12-15.

7 Annexes :

Dans ces deux sections, je décris les calculs que j'ai effectué pour obtenir l'expression de la masse des composantes en fonction des demi-amplitudes de vitesse radiale mesurées K_A et K_B . N'ayant pas trouvé de référence donnant ces équations, l'utilisation de ces relations aux deux exemples d'application a servi à vérifier leur exactitude.

7.1 Masse des composantes pour des orbites circulaires et vues de face :

– Expression des vitesses de révolution :

$$K_A = \frac{2\pi r_A}{T}, \text{ et } K_B = \frac{2\pi r_B}{T}$$

La valeur de K_A et K_B est mesurée directement sur les courbes de vitesses radiales : c'est l'amplitude, c'est-à-dire la valeur entre l'axe horizontal de symétrie et le maximum atteint par la vitesse.

– La formule des barycentres donne :

$$\begin{aligned} M_A \cdot \vec{CA} + M_B \cdot \vec{CB} &= \vec{0} \Leftrightarrow M_A r_A + M_B (-r_B) = 0 \Leftrightarrow \mathbf{M}_A \mathbf{r}_A = \mathbf{M}_B \mathbf{r}_B \\ \Rightarrow \frac{\mathbf{r}_A}{\mathbf{r}_B} &= \frac{\mathbf{M}_B}{\mathbf{M}_A} = \frac{\mathbf{K}_A}{\mathbf{K}_B} \end{aligned}$$

– La troisième loi de Kepler appliquée au système A+B :

Le mouvement des deux étoiles en orbites autour du centre de masse C peut être décrit comme le mouvement d'un astre fictif [Wikipedia, 2018c] de masse $\mu = \frac{M_A M_B}{M_A + M_B}$ autour d'un astre central de masse $M_T = M_A + M_B$ sur une trajectoire de rayon instantané $r = r_A + r_B$. [Wikipedia, 2018b] montre cela en animation.

Pour ce système fictif, la 3^e loi de Kepler s'écrit :

- En unités S.I. (kg, m, s) :

$$\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B = \frac{(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_B)^3}{\mathbf{T}^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\mathbf{G}} = \frac{(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_B)^3}{\mathbf{T}^2} \cdot \mathbf{k}, \text{ avec } k = \frac{(2\pi)^2}{\mathbf{G}}$$

- En unités astronomiques adaptées ($M_\odot, u.a., an$) :

$$M_A + M_B = \frac{(r_A + r_B)^3}{T^2}$$

– Calcul de M_B :

D'après l'expression des vitesses et du barycentre, on a :

$$r_B = \frac{K_B T}{2\pi}$$

$$r_A = \frac{K_A}{K_B} r_B \text{ et } M_A = \frac{K_B}{K_A} M_B$$

En remplaçant dans la 3^e loi de Kepler :

$$\begin{aligned} \frac{K_B}{K_A} M_B + M_B &= \frac{\left(\frac{K_A}{K_B} r_B + r_B\right)^3}{T^2} k \\ \left(1 + \frac{K_B}{K_A}\right) M_B &= r_B^3 \left(1 + \frac{K_A}{K_B}\right)^3 \frac{k}{T^2} \\ M_B &= \frac{r_B^3}{T^2} \frac{\left(\frac{K_A + K_B}{K_B}\right)^3}{\frac{K_A + K_B}{K_A}} k = \frac{r_B^3}{T^2} (K_A + K_B)^2 \frac{K_A}{K_B^3} k = \frac{1}{T^2} \left(\frac{T}{2\pi}\right)^3 K_B^3 (K_A + K_B)^2 \frac{K_A}{K_B^3} k \end{aligned}$$

Ainsi avec $k = \frac{4\pi^2}{G} = \frac{(2\pi)^2}{G}$:

$$M_B = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_A$$

Finalement :

- En unités S.I. (kg, m, s) :

$$\begin{cases} M_A = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_B \\ M_B = \frac{T}{2\pi G} (K_A + K_B)^2 K_A \end{cases}$$

- En unités astronomiques adaptées ($M_\odot, u.a., an$) :

$$\begin{cases} M_A = \frac{T}{(2\pi)^3} (K_A + K_B)^2 K_B \\ M_B = \frac{T}{(2\pi)^3} (K_A + K_B)^2 K_A \end{cases}$$

- L'écartement des deux étoiles vaut :

$$r_A + r_B = \frac{T}{2\pi} (K_A + K_B)$$

7.2 Masse des composantes pour des orbites elliptiques vues sous un angle i quelconque :

- L'expression de la vitesse sur l'orbite elliptique de l'étoile A est ([Acker, 2013], p.162) :

$$K_A = 2\pi a_A \frac{\sin i}{T\sqrt{1-e^2}}$$

- On a toujours l'égalité suivante :

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{K_B}{K_A} = \frac{a_B}{a_A} \Rightarrow M_A = \frac{K_B}{K_A} M_B, \text{ donc } M_A + M_B = \left(\frac{K_B}{K_A} + 1\right) M_B$$

- [Acker, 2013], p.162 donne par ailleurs la fonction de masse issue de la 3^e loi de Kepler en **unités astronomiques adaptées** :

$$f(M) = \frac{(M_B \sin i)^3}{(M_A + M_B)^2} = \frac{(a_A \sin i)^3}{T^2}$$

On reprend le même raisonnement que pour les orbites circulaires, mais avec les nouvelles expressions donnant K_A et K_B . La 3^e loi de Kepler devient :

$$M_B^3 (\sin i)^3 = \left(\frac{K_B}{K_A} + 1\right)^2 M_B^2 \frac{(a_A \sin i)^3}{T^2}$$

$$M_B = (K_A + K_B)^2 \frac{a_A^3}{K_A^2 T^2} = (K_A + K_B)^2 \left(\frac{a_A}{K_A}\right)^3 \frac{K_A}{T^2}$$

avec K_A définie plus haut on obtient $\frac{a_A}{K_A} : \frac{a_A}{K_A} = \frac{T\sqrt{1-e^2}}{2\pi \sin i}$

D'où :

$$M_B = (K_A + K_B)^2 \frac{K_A}{T^2} \frac{T^3 (\sqrt{1-e^2})^3}{(2\pi \sin i)^3}$$

Ainsi :

$$M_B \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_A \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{2\pi}\right)^3 T$$

En multipliant par $k = \frac{(2\pi)^2}{G}$, on obtient l'expression en unités S.I. :

$$M_B \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_A \frac{(\sqrt{1-e^2})^3 (2\pi)^2}{(2\pi)^3 G} T$$

$$M_B \sin^3 i = (K_A + K_B)^2 K_A (1-e^2)^{\frac{3}{2}} \frac{T}{2\pi G}$$

7.3 Tutoriel d'exploitation avec SpcAudace et un doigt de Python :

This example is based on β Aur spectra coming from Etienne Bertrand observations. Main goal is to refine mass and period values.

1. Correct spectra from heliocentric velocity :

```
spc_vheliocorr line_profile RA_d RA_m RA_s DEC_h DEC_m DEC_s
```

where RA DEC are taken from Simbad.

To apply this command to all spectra in the working directory :

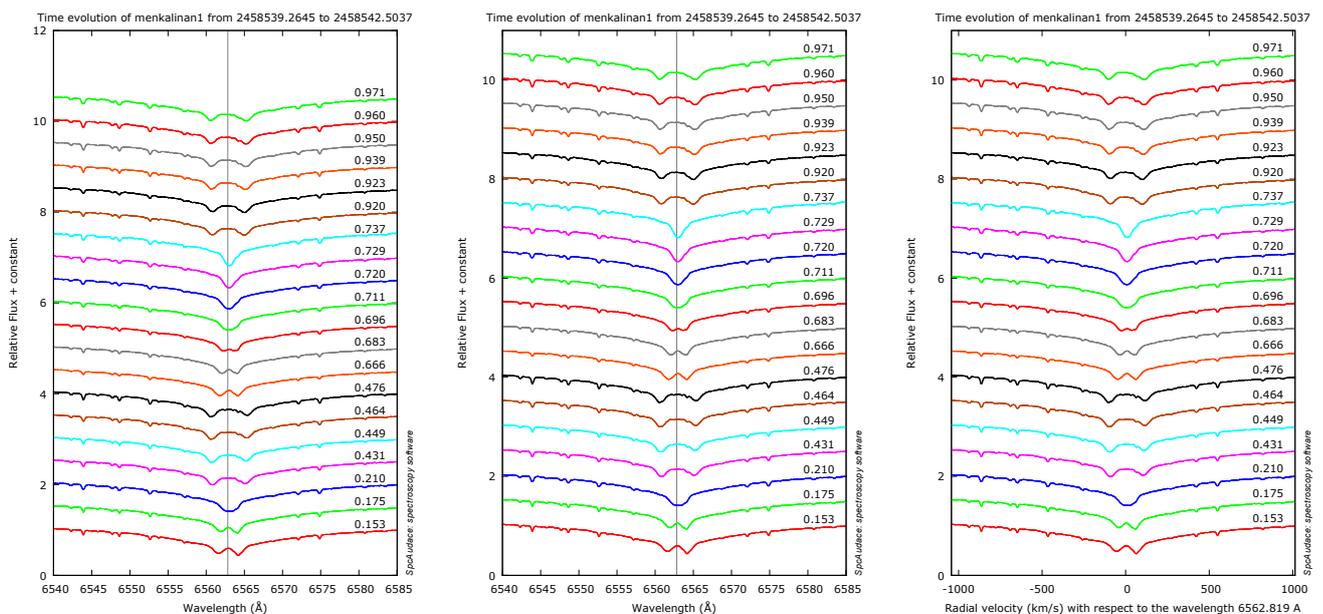
```
bm_cmd "spc_vheliocorr %s 05 59 31.7229284 +44 56 50.757259"
```

2. Copy these new spectra in a subdirectory that will be setup as the new working directory.
3. Check if timeserie is enough covered by making a phased multiplot :

```
# Usage: spc_multifit2pdfdec vertical_offset_between_profils lambda_begin lambda_end
lambda_noted (A) HJD0max Period ?ymin ymax? ?lambda_reference_velocity_scale??
spc_multifit2pdfdec 0.5 6540 6585 6562.82 2454539.0162 3.96004
spc_multifit2pdfdec 0.5 6540 6585 6562.82 2454539.0162 3.96004 0 11
spc_multifit2pdfdec 0.5 6540 6585 6562.82 2454539.0162 3.96004 0 11 6562.819
```

Then ajust vertical limits of the plot from 0 to 11 (second command).

Finally, plot spectra within velocity by adding the reference wavelength, here 6562.819 Å (third command).



4. Convert dates to orbital phase (example with β Aur's HJD0 of a maximum and period) :

```
spc_date2phaser 2454539.0162 3.96004
```

Result :

```
# 20 spectres traités. Résultats dans date_phase.txt.
```

Hereafter the two first rows of the text file built :

```
Fichier, MJD, Phase, V1, V2
_menkalinan1_20190224_764_EBE.fit, 58539.264456, 0.153497444063, ,
...
```

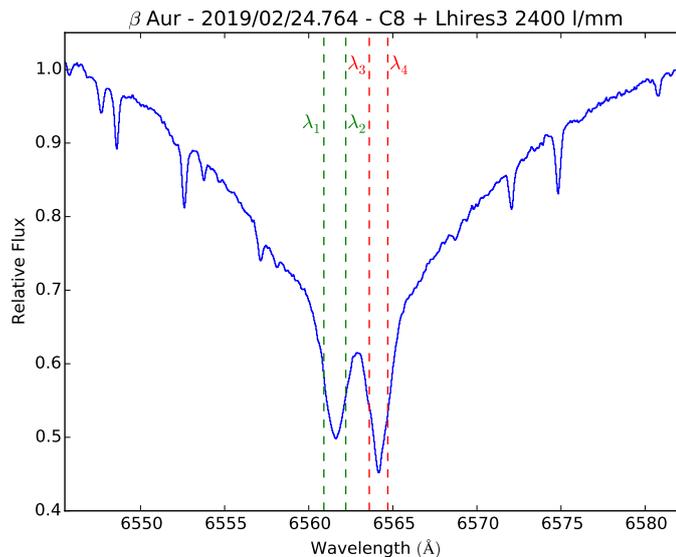
Last number is the phase. Note that velocities V_1 and V_2 columns are prepared to be completed with futur measurements. Useful for the next step !

5. Measure velocities V_1 and V_2 of each line component (sometimes they will have same values) :

```
# Usage: spc_vmes spectre lambda_begin lambda_end ?type_sp (e/a)? ?lambda_ref(6562.819)?
?methode_mes(ga/gr)? ?precision_position_raie(pixels)?
```

where the two methods are available : ga=gaussian fit and gr=gravity center.

Applied here, it looks like :



- For line component A enclosed by λ_1 and λ_2 : `spc_vmes bet_aur.fit 6560.9 6562.2 a 6562.819 ga`
Result :

```
# Le centre de la raie est : 6561.13139966 Angstroms
# Lmes=6561.1314 A ; Vmes=-77.1 +/- 0.5 km/s
# -77.1 0.5
```

- For line component B enclosed by λ_3 and λ_4 : `spc_vmes bet_aur.fit 6563.6 6564.7 a 6562.819 ga`
Result : `Vmes=35.9 km/s`

6. In the text file prepared in step 4, fill columns “V1” and “V2” with measurements :

```
Fichier,MJD,Phase,V1,V2
_menkalinan1_20190224_764_EBE.fit,58539.264456,0.153497444063,-77.1,35.9
```

Introduction to Python language with the code for plotting lines profile shown in step 5 :

```
#!/usr/bin/python3
#— Run script with: ./plot_spectrum.py line_profile.dat
#— B. Mauclaire 2019.04.13
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import sys

#— Read data from file :
input_file = sys.argv[1]
data = pd.read_csv(input_file, delimiter = '\t', header=None)
lambdas = data[0]
intensities = data[1]

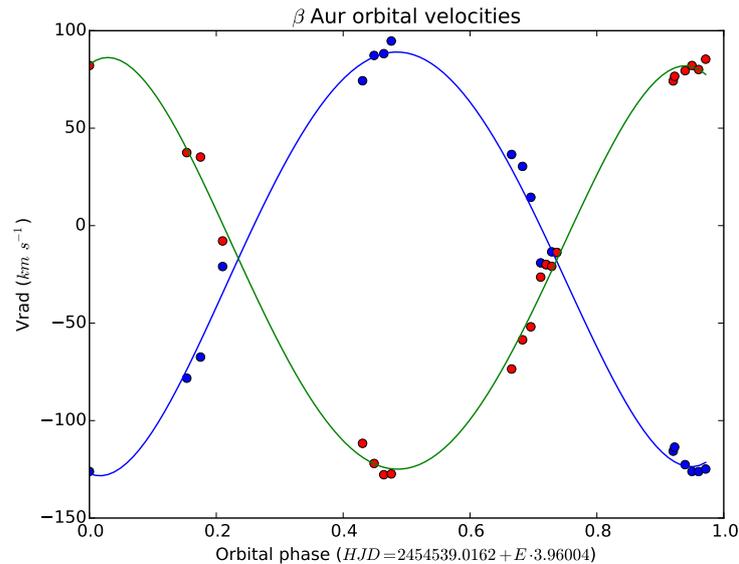
#— Plot data points using the x and y axes:
plt.axis([6545.5, 6582.5, 0.4, 1.05])
plt.step(lambdas, intensities, 'b-', label='spectrum')
plt.title(r'$\beta$ Aur - 2019/02/24.764 - C8 + Lhires3 2400 l/mm')
plt.xlabel(r'Wavelength_$(\AA)$')
plt.ylabel(r'Relative_Flux')

#— Add lines infos:
plt.axvline(x=6560.9, color='g', linestyle='--')
plt.text(6559.6, 0.92, '$\lambda_1$', fontsize=14, color='g')
...

#— Save graphic to file:
file_name = input_file.rsplit('.', 1)[0]
output_file = file_name+'_graph.pdf'
plt.savefig(output_file, bbox_inches='tight') # Remove margins: bbox_inches='tight'
```

7. Plot Vrad within phase :

Plot the three last columns of the measurements file with a spreadsheet software or Python code :



Python code for plotting measurements data and computing a trend curve with an order 4 polynomial fit :

```
#!/usr/bin/python3
#— Run script with: ./rv_curve.py data_file.csv
#— B. Maucilaire 2019.03.31
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from numpy.polynomial import Polynomial
import sys

#— Read data from file :
input_file = sys.argv[1]
data = pd.read_csv(input_file , delimiter = ',' , skiprows=1 , header=None)
phases = data[2]
vr1 = data[3]
vr2 = data[4]

#— Plot data points using the x and y axes :
plt.plot(phases , vr1 , 'bo' , label='VrA')
plt.plot(phases , vr2 , 'ro' , label='VrB')
plt.title(r'$\beta$ Aur orbital velocities')
plt.xlabel(r'Orbital phase ($HJD=2454539.0162+E\cdot 3.96004$)')
plt.ylabel(r'Vrad ($km\ s^{-1}$)')

#— Fiting data :
p_vr1 = Polynomial.fit(phases , vr1 , 4)
p_vr2 = Polynomial.fit(phases , vr2 , 4)
plt.plot(*p_vr1.linspace())
plt.plot(*p_vr2.linspace())

#— Save graphic to pdf file :
file_name = input_file.rsplit('.', 1)[0]
ouput_file = file_name+'_graph.pdf'
plt.savefig(ouput_file , bbox_inches='tight')
```

8. Orbital velocities and mass measurement :

An other home made but larger Python [code](#) does all the measurements to achieve computation of components mass, orbital radius, orbital period and system radial velocity. It needs as arguments the previous measurements file and an approximate value of the period. Indeed our goal is to refine the binary system parameters. Usage is :

```
./rv_analysis.py data_file.csv period_value_approximation [excentricity]
```

As an example, here is the results for β Aur. As far as it suffers from not enough wide spreaded observations over the cycle, output data accuracy is then limited.

```
$ ./rv_analysis.py bet_aur_date_phase_vr.csv 4
**** Binary spectroscopic stars Analyser (B. Mauclaire - 2019) ****
```

```
Vr1 half amplitude : 106.609232936 km/s
Vr2 half amplitude : 103.084453756 km/s
Vrad mean (binary system) : -14.3660026545 km/s
Period = 3.89926080184 d.
```

```
*** Case of circular orbits with  $i \sim 90^\circ$ :
M1 = 1.8314070425 Mo ; r1 = 0.0382107502172 a.u. = 8.216539989 Ro
M2 = 1.89402856474 Mo ; r2 = 0.0369474031964 a.u. = 7.94487975576 Ro
R = r1+r2 = 11243499.7164 km = 0.0751581534137 a.u. = 16.1614197448 Ro
M2/M1 = 1.0341931208 ; M1/M2= 0.966937392916
```

```
*** Case of elliptic orbit with given eccentricity e:
Excentricity used for computation: 0
M1sini^3 = 1.8314070425 Mo
a1sini = 5716246.87035 km = 0.0382107502172 a.u. = 8.216539989 Ro
M2sini^3 = 1.89402856474 Mo
a2sini = 5527252.84608 km = 0.0369474031964 a.u. = 7.94487975576 Ro
M2/M1 = 1.0341931208 ; M1/M2= 0.966937392916
```

** Uncertainties computation will be added in the next release.

Let's compare these results to literature [[Nordstrom and Johansen, 1994](#)] :

| Quantity Unit | T (j) | K_A (km s ⁻¹) | K_B (km s ⁻¹) | γ (km s ⁻¹) | e - | i ($^\circ$) | M_A (M_\odot) | M_B (M_\odot) | M_B/M_A - | $asini$ (R_\odot) |
|------------------|------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|----------|---------------------|------------------------|------------------------|----------------|--------------------------|
| Nordstrom (1994) | 3.96004673 | 107.75 | 111.25 | -17.0 | 0 | 76.71 | 2.194 | 2.125 | 0.97 | 17.134 |
| This study | 3.8992608 | 103.8 | 106.61 | -14.4 | 0 | - | 1.894 | 1.831 | 0.966 | 16.161 |
| Relat. diff. (%) | 1.5 | 4.2 | 4.3 | 15.5 | - | - | 13.7 | 13.8 | 0.3 | 5.7 |